Liceo scientifico statale "G. B. Quadri"

a.s. 2021/2022

Classe 5^____ **SIMULAZIONE DELLA SECONDA PROVA SCRITTA** 19/05/2022

(SEZIONE)

Il candidato ______________________________ *svolga, a scelta,* ***uno*** *dei due problemi e*

(COGNOME E NOME – IN STAMPATELLO)

quattro *degli otto quesiti.*

PROBLEMA SCELTO	PROBLEMA 1				PROBLEMA 2			
QUESITI SCELTI	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8

(METTERE UNA CROCETTA NEGLI SPAZI APPROPRIATI)

- La durata della simulazione va dalle ore 8:10 alle ore 12:55. Consegnato l'elaborato, l'alunno può lasciare l'istituto, ma non prima delle ore 12:00.

- **Prima dell'inizio della prova, ogni studente deve consegnare cellulari, orologi digitali e ogni altro dispositivo elettronico di comunicazione in possesso. L'inadempienza comporta il ritiro del compito, una nota disciplinare sul registro di classe e la valutazione minima della prova, ossia 1. Le stesse sanzioni sono previste nel caso in cui lo studente sia scoperto a copiare il compito (in tutto o in parte) o a passare per la copiatura altrui quanto elaborato personalmente.**

- L'alunno procurerà di avere sul proprio banco solo penne, matite, righello, goniometro e compasso, calcolatrice tascabile non programmabile, oltre al testo della prova e ai fogli dell'elaborato. L'astuccio va lasciato nello zaino. Gli zaini vanno raccolti in angolo dell'aula.
  Tutti i fogli utilizzati (nel formato protocollo) dovranno essere intestati (*cognome – nome – classe - data*, da apporre in alto, sulla prima facciata, a carattere stampatello).

- Non è permesso consultare formulari di alcun genere. È proibito il passaggio di materiale ed è vietata ogni comunicazione tra gli allievi.

- Non è consentito uscire dall'aula della prova prima delle ore 11:00. Prima di accedere ai servizi, lo studente dovrà consegnare tutti i fogli dell'elaborato al docente sorvegliante, che registrerà l'ora di uscita e di rientro.

- Sono vietate le cancellature con bianchetto o equivalente. Grafici e disegni nella prova possono essere eseguiti a matita (purché in forma ordinata e leggibile) e colorati in modo funzionale alle richieste. Non è consentito l'uso del colore rosso.

PROBLEMA 1

Si consideri la parabola Γ con asse di simmetria verticale, passante per l'origine O degli assi e per i punti $A = (1{,}0)$ e $B = (-2, -3)$.

a) Si determini l'equazione di Γ .

b) Sia P il punto di Γ avente ascissa $\lambda \neq 1$; si consideri la generica parabola Λ, con asse di simmetria verticale, passante per O e avente il vertice nel punto P e si dimostri che la curva S, luogo geometrico del fuoco della parabola Λ al variare di λ, ha equazione

$$y = \frac{x^3 - 2x^2}{2 - 2x}$$

c) Si tracci il grafico della curva S, individuandone in particolare il flesso F.

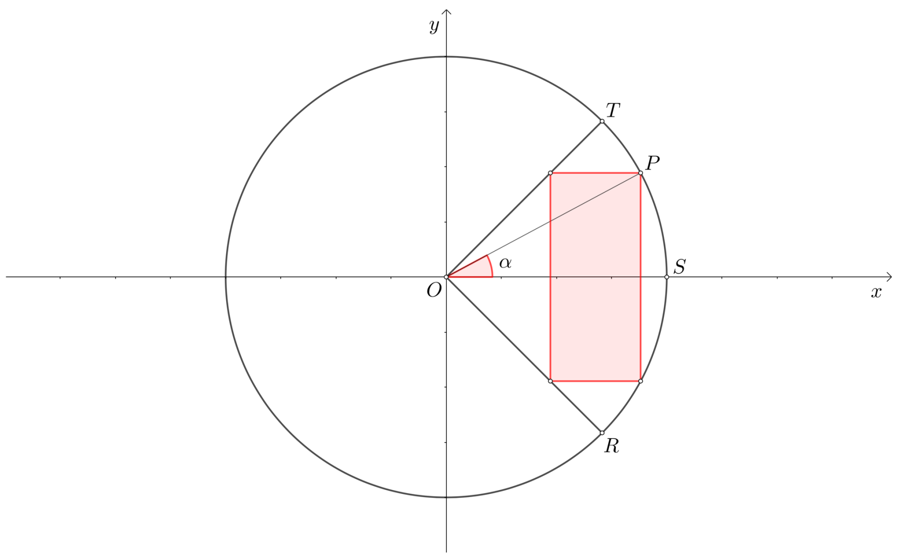
d) Detta r la retta per F e per il punto A della curva S, avente ascissa -1, si calcoli l'area della regione finita di piano delimitata da S ed r.

[N.B.: si ricorda che il fuoco della parabola di equazione $y = ax^2 + bx + c$ ha coordinate $\left(-\frac{b}{2a}; \frac{1-\Delta}{4a}\right)$]

PROBLEMA 2

Si consideri sulla circonferenza di raggio unitario centrata nell'origine degli assi i due punti T e R tali da originare i due segmenti OT e OR che formano angoli di $\pi/4$ radianti con l'asse delle x.

Scelto un punto P sull'arco di circonferenza TS, sia α l'angolo $P\hat{O}S$. Da P si costruisca come in figura il rettangolo $\mathscr{R}$ inscritto nel settore circolare $ORST$.



a) Si esprima l'area del rettangolo $\mathscr{R}$ in funzione di α e si dimostri che risulta

$$f(\alpha) = 2\sin\alpha\cos\alpha\ - 2\sin^2\alpha$$

Trovare inoltre per quale valore di α l'area risulta massima.

b) Studiare e disegnare la funzione $f(\alpha)$ prescindendo dai limiti geometrici del problema; si può dire che $f(\alpha)$ sia riconducibile a una sinusoide?

c) Determinare il volume del solido ottenuto ruotando il settore circolare OST di 2π radianti attorno all'asse x.
d) Considerare l'iperbole equilatera riferita ai propri asintoti e passante per il punto T. Verificare che iperbole e circonferenza sono tangenti in T e determinare se l'area della regione illimitata compresa tra circonferenza, iperbole e asse delle x è finita o meno.

QUESITO 1

Si hanno 2 urne; la prima contiene 10 palline bianche e 8 verdi, la seconda 6 bianche e 4 gialle. Si estrae un numero dal sacchetto della tombola: se questo è minore o uguale a 50 si estrae una pallina dalla prima urna, in caso contrario si estrae una pallina dal secondo contenitore.

a) Qual è la probabilità che la pallina estratta sia verde?
b) Qual è la probabilità che la pallina estratta non sia gialla?
c) Qual è la probabilità che la pallina provenga dalla prima urna, se è bianca?

QUESITO 2

Determinare centro K e raggio r della circonferenza Γ, intersezione del piano $\Pi: x + y + z - 4 = 0$ con la superficie sferica $\Sigma: x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y - 2z = 0$.

QUESITO 3

Da un disco di cartone di raggio R ritagliamo un settore angolare corrispondente ad un angolo al centro di α radianti. Pieghiamo quindi il cartoncino in modo da ottenere un cono. Determinare il valore dell'angolo in modo da ottenere il cono di volume massimo.

QUESITO 4

Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \to 0} \frac{x - \int_0^x e^{-2t^2} dt}{x^3}$$

QUESITO 5

Determinare la soluzione particolare dell'equazione differenziale

$$y' + y = x$$

passante per l'origine.

QUESITO 6

Discutere esistenza e numero delle soluzioni reali dell'equazione:

$$(x-1)e^{x}-(x+1)e^{-x}=0$$

QUESITO 7

Sia R la regione finita di piano delimitata dall'asse y e dai grafici delle funzioni

$$f(x)=\frac{4}{x+2} \qquad g(x)=\frac{1}{16}x^2+\frac{1}{4}x+\frac{1}{4}$$

Calcolare il volume del solido Σ, avente per base la regione R, tale che le sezioni perpendicolari all'asse x siano quadrati.

QUESITO 8

Studiare la continuità e la derivabilità della funzione

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{e^{x}-1}{x} & se\ x<0 \\ \cos^2 \pi x & se\ 0\le x\le 1 \\ 1+\dfrac{\ln x}{x} & se\ x>1 \end{cases}$$

e classificare gli eventuali punti di discontinuità e di non derivabilità.

---------------------------------------(SPAZIO RISERVATO AI DOCENTI)---------------------------------------

EVENTUALI USCITE E ALTRE NOTE

____

____

____

____

____

____

CONSEGNATO ALLE ORE ______________________________________